

Stellungnahme des Philologenverbandes Niedersachsen

zum Einsatz von Taschenrechnern oder digitalen Endgeräten
mit vergleichbarer Software im Abitur, in der gymnasialen Oberstufe sowie im
Sekundarbereich I des Gymnasiums und der Gymnasialzweige der Kooperativen Gesamtschule
und der Oberstufe

Einleitende Bemerkungen

Die Diskussion des Einsatzes von Hilfsmitteln in der Mathematik ist fast so alt wie die Mathematik selbst. Angefangen beim Abakus, über den Rechenschieber, die Formelsammlung bis hin zum Einsatz des wie auch immer gearteten Taschenrechners. Allerdings müssen beim Einsatz eines neuen Mediums die (noch) zu vermittelnden tradierten Werte genauso im Interesse des Unterrichts stehen wie die Vereinfachung von Rechenfertigkeiten mittels des neuen Mediums. Dass grafikfähige Taschenrechner mit und ohne Computer-Algebra-System den Mathematikunterricht in diesem Jahrtausend verändert haben, steht außer Frage. Ob der Mathematikunterricht dadurch besser geworden ist, sei dahingestellt und diese Frage wurde bisher auch noch nicht beantwortet.

Mit der Einführung neuer Medien müssen zahlreiche Fragen beantwortet werden:

- Was ist mit den Erkenntnissen der letzten beiden Jahrtausende?
- Werden die Kompetenzen und Erkenntnisse mit dem Einsatz von CAS in Frage gestellt? Sind sie sogar obsolet, weil nicht mehr modern?
- Was ist überhaupt ein „moderner“ Mathematikunterricht, der den Namen und den Anspruch verdient?

Im Einzelnen

1. Mathematik als wichtiges Medium zwischen Geistes- und Naturwissenschaften

Offensichtlich werden Kenntnisse, die früher selbstverständlich waren, heute nicht mehr vermittelt. So sind Beweise und Beweistechniken, die dem wesentlichen Kern der Mathematik entsprechen, kaum noch Unterrichtsinhalte. Das ist in Teilen wirklich bedauerlich, weil die Mathematik dann als Geisteswissenschaft verkümmert. Die Mathematik ist eben keine Naturwissenschaft! Kurioserweise geht gerade die Funktion des Mediums Mathematik zwischen Geistes- und Naturwissenschaften durch den Einsatz von (modernen) Medien mehr und mehr verloren. Der Einsatz von CAS-Systemen befördert dies, wenn klassische Probleme der Mathematik in Frage gestellt werden. Wozu den Satz des Pythagoras noch kennen müssen, wenn es nur noch um die Berechnung von Längen geht? Der Satz des Pythagoras ist eben sehr viel mehr als die Möglichkeit einer Längenberechnung. Mathematik darf durch den Einsatz neuer Medien nicht verkümmern oder gar skelettiert werden.

2. Mathematische Grundbildung sicherstellen

Ein zu früher Einsatz von GTR/CAS gefährdet die Fähigkeiten und Fertigkeiten des eigenen mathematischen Tuns. Dazu ist die Definition einer *mathematic literacy* im Vergleich zur *scientific literacy* notwendiger denn je. Schülerinnen und Schüler sollten auch quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px = -q$ nach wie vor ohne Hilfsmittel berechnen können. Das gleiche gilt für die Berechnung von Nullstellen linearer Funktionen. Auch das saubere Zeichnen eines Graphen oder der graphische Zusammenhang zwischen Funktion und Umkehrfunktion durch Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden sollte den Lernenden klar sein. Der Satz des Pythagoras als Vergleich von Flächeninhalten der Katheten- bzw. des Hypotenusenquadrats gehört ebenso dazu. Dies sind nur einige Beispiele einer mathematischen Grundbildung. Die Kompetenzen, Fähigkeiten und Fertigkeiten müssen sich im **Gerüstwissen** abbilden und auch **ohne Hilfsmittel** jederzeit verfügbar sein. Ein Hilfsmittel ohne den Erwerb eigenständiger und eigenhändiger Kompetenzen kann und darf nicht Ziel sein.

3. Studierfähigkeit von mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern erhalten

Es ist längst Zeit, einen verbindlichen Kanon mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten zu definieren, die auch ohne Hilfsmittel beherrscht werden müssen. Dies ist mit Blick auf ein mathematisch-naturwissenschaftlichen Studiengang absolut notwendig, da spätestens dann die Kompetenzen gebraucht werden (GTR und CAS sind an den Universitäten im Bachelorstudium oft nicht zugelassen). Die Schulmathematik muss anschlussfähig zur Hochschulmathematik sein. Dies ist bereits heute nicht mehr vollumfänglich gewährleistet wie Eingangsseminare im Fach Mathematik an den Universitäten zeigen.

Ohne Anschlussfähigkeit suggeriert man den Schülerinnen und Schüler, sie wären in Mathematik kompetent und das böse Erwachen kommt dann im Studium, denn dort werden nicht die Kompetenzen im Umgang mit einem CAS-System benötigt. Im Sinne einer Hochschulreife, die mit dem Abitur bescheinigt wird, ist auf eine Anschlussfähigkeit zu achten. Es kann und darf nicht sein, dass das Schulfach Mathematik zum Fach Rechenfertigkeiten degradiert wird. Hierzu sind auch Absprachen mit den mathematischen Fachbereichen an den Universitäten zu vereinbaren.

4. Es gibt gute Argumente für den Einsatz des CAS im Mathematikunterricht

Im Sinne einer **Gerüstdidaktik** ist der Einsatz von Hilfsmitteln wie GTR oder CAS durchaus sinnvoll und begrüßenswert, d.h. dass die mathematische Fertigkeit oder Fähigkeit muss zunächst von den Schülerinnen und Schülern „eigenhändig“ erlangt werden, bevor es zu dem Einsatz von Taschenrechnern kommt. Eine Verwendung als „blackbox“, die schon weiß was sie tut, ist in den vielen Fällen bedenklich und widerspricht dem Geist der Mathematik.

Mathematische Probleme, die einfach im Kopf zu berechnen sind, bedürfen keines Hilfsmittels, allerdings können komplexe Aufgaben, die ohne Hilfsmittel nur mit großem Zeitaufwand zu lösen sind, durch den CAS motivierend gelöst werden.

Für den Einsatz des CAS im Mathematikunterricht sprechen die folgenden Argumente:

- **Visualisierung**
Durch Darstellungen eines Funktionsgraphen kann über bestimmte Aspekte, wie z.B. Asymptoten oder Symmetrie sinnvoll gesprochen werden. Darüber hinaus können Schülerinnen und Schüler mit Parametern „spielen“, sei es bei linearen Funktionen oder später mit Funktionsschaaren (experimentelle Mathematik).
- **Darstellungsformen von Funktionen**
Durch CAS-Systeme kann man sehr schnell zwischen den Darstellungsformen von Funktionen (Schaubild,

Wertetabelle, Funktionen(schar) wechseln, so dass sich für die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit eröffnet den Funktionsbegriff durch den Wechsel zwischen den Darstellungsebenen zu begreifen und zu unterscheiden.

- **Funktionen und Makros**

Der CAS kann Formeln oder Funktionen als Makro ausführen, sodass nur noch die Parameter eingegeben werden müssen. Als vereinfachtes Beispiel seien die Längen eines Trapezes angeführt für die der CAS den Flächeninhalt berechnet. Wenn die Formel einmal per Hand erlernt und erfolgreich angewendet wurde, kann der CAS für spätere Aufgaben einspringen, in denen das Berechnen des Flächeninhalts der Trapezfläche nur ein kleiner Schritt auf dem Weg zu einer komplexeren Lösung ist. Ähnliches gilt für den solve-Befehl, der z.B. beim Lösen komplexer Gleichungen zum Einsatz kommt.

- **Medienkompetenz**

Das Bedienen eines vorhandenen Werkzeugs der Mathematik ist ebenso eine Kompetenz wie das händische Lösen desselben Problems. Ein Handwerker nutzt heutzutage schließlich auch eine elektrische Bohrmaschine und keinen händischen Bohrer mehr. Natürlich ist er damit von diesem „neuen“ Werkzeug abhängig, jedoch bleibt die Möglichkeit einen CAS zu nutzen schließlich auch außerhalb der Schule erhalten. Solange der Benutzer eines Werkzeugs versteht wie der Lösungsweg ohne dieses Werkzeug aussieht, stellt das Werkzeug eine Erweiterung der Kompetenzen dar. Zur Kompetenz gehört aber ebenso die Ergebnisse eines CAS richtig zu interpretieren. Alleine der Einsatz eines Werkzeugs kann dabei schon motivierend auf die Lernenden wirken.

- **Verwendung in den Naturwissenschaften**

Der Einsatz des CAS kann auch im naturwissenschaftlichen Unterricht von Nutzen sein. Für alle, die später naturwissenschaftliche Fächer studieren möchten, ist die Nutzung von technischen Hilfsmitteln, wie z.B. den CAS als Grundlage relevant.

- **Anwendungsorientierter Unterricht**

Durch den Einsatz des CAS kann der Mathematikunterricht anwendungsorientierter gestaltet werden. Mehr Sachkompetenz und eine bessere Verknüpfung von Realität und mathematischem Modell ist die Folge. Somit werden auch realistischere Aufgaben möglich, die ansonsten nicht oder nur unter massivem Zeitaufwand lösbar wären. Mathematik als Fach der Problemlösungsstrategien verändert sich in dieser Rolle durch den (sinnvollen) Einsatz des CAS nicht. Es bleibt dadurch mehr Zeit für die Reflexion mathematischer Probleme oder die Metakognition von Lernprozessen.

- **Förderung schwächerer Schülerinnen und Schüler**

Lernende mit handwerklichen Defiziten können ihr fehlendes Wissen überbrücken und trotzdem zu einer Lösung kommen.

- **Kompetenz übergreifender Unterricht möglich**

Durch Programmierung von Makros können Verbindungen zur Informatik hergestellt werden.

- **Vorteile im direkten Vergleich zum GTR**

Rechenwege und Lösungen können in separaten Dokumenten gespeichert und später wieder aufgerufen werden. Die Befehlsbibliothek ist durch die Möglichkeit des Algebrasystems deutlich größer. Darüber hinaus können Graphen übersichtlicher dargestellt und analysiert werden. Der Übergang zu einer späteren Softwarelösung (Einsatz von Tablets) fällt leichter, da das System dann bereits bekannt ist.

5. Tablets und Laptops mit CAS-Programmen statt CAS-Rechner zulassen

Es erscheint aufgrund der nicht unerheblichen Anschaffungskosten für CAS-Rechner in Höhe von mehr als 100 Euro sinnvoll an den Schulen zu prüfen, ob nicht die Nutzung von Tablets oder Laptops im Unterricht die Anschaffung eines teuren CAS-Rechner obsolet macht. Die entsprechenden Programme (CAS und dynamische Geometrieprogramme) stehen auch auf den Rechnern zur Verfügung und können aufgrund des deutlich größeren Displays sogar noch besser im Mathematikunterricht eingesetzt werden.

Außerdem finden sich für Tablets/Laptops weitere Möglichkeiten des Einsatzes auch in anderen Unterrichtsfächern. Der Einsatz ist durch den Runderlass zur *Nutzung eingeführter digitaler Endgeräte in Prüfungssituationen* erlasskonform.

Fazit

Grundsätzlich ist der Einsatz von CAS-Systemen im Mathematikunterricht zu befürworten. Die Argumentation hat die vielen positiven Aspekte eines an den Interessen und den individuellen Kompetenzen einzelner Schülerinnen und Schüler ausgerichteten Mathematikunterrichts aufgezeigt. Allerdings muss vermieden werden, dass CAS-Systeme als Medium den Mathematikunterricht didaktisch unterhöhlen. Wenn die Frage nach der eigentlichen Mathematik hinter den zu lösenden Problemen durch den methodischen Einsatz von Medien zurücksteht, dann ist nicht die Mathematik zu hinterfragen, sondern der Einsatz des Mediums. Es soll ja Mathematikunterricht stattfinden und nicht bloß Medienbildung.

Mit einem Kanon verbindlicher Kompetenzen, mathematischer Fertigkeiten und Fähigkeiten, die die Schülerinnen und Schüler im Sinne einer mathematischen Grundbildung nachweisen müssen, kann der Einsatz von CAS-Systemen oder dynamischen Geometrieprogrammen den Unterricht bereichern, die Motivation fördern und durch den Einsatz alternativen Medien wie Tablet oder Laptop die Digitalisierung an den Schulen beschleunigen.

Das mathematische Gerüstwissen ist schon aus den genannten Gründen der Studierfähigkeit von Schülerinnen und Schülern unbedingt erforderlich.

Philologenverband Niedersachsen (PHVN)

Sophienstraße 6
30159 Hannover
Tel.: +49 (0) 511-3 64 75-0
Fax: +49 (0) 511-3 64 75-75
E-Mail: phvn@phvn.de